Prof. Dr. Alfred Toth

Replikative Rechtsadjunktion in Diamonds

1. Gehen wir aus von der allgemeinen Struktur eines (3, 2)-Diamonds (vgl. Kaehr 2007):

```
        y   ←   x
        |       |
x   →   y   ∘   x   →   z
|                       |
x           →           z
```

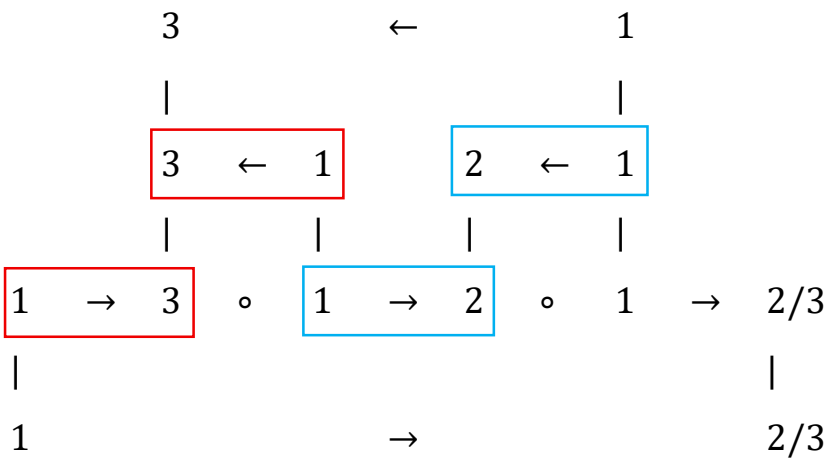
In diesem Diamond gibt es zwei Morphismen, denen aber nur ein Heteromorphismus gegenübersteht:

M	H
(x → y)	(y ← x)
(x → z)	—

Ein Basisprinzip der diamondtheoretischen Erweiterung der Kategorientheorie besteht besagt aber gerade, daß jeder „Bewegung“ eine „Gegenbewegung“ (d.h. jedem Pfeil in einer Kategorie ein inverser Pfeil in einer Saltatorie) korrespondieren muß.

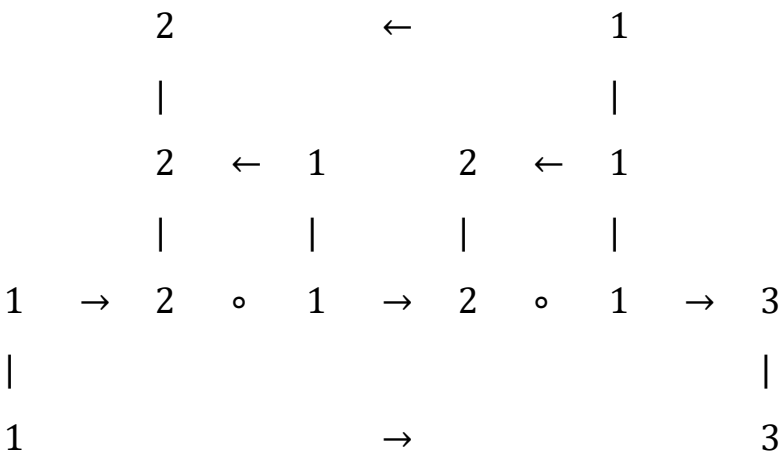
2. Um das Verhältnis von Morphismen und Heteromorphismen in Diamonds zu balancieren, muß – scheinbar paradoxerweise – die Anzahl Morphismen in Kategorien erhöht werden. Wie im folgenden gezeigt wird, funktioniert dies nur durch Rechtsadjunktion des letzten Morphismus:

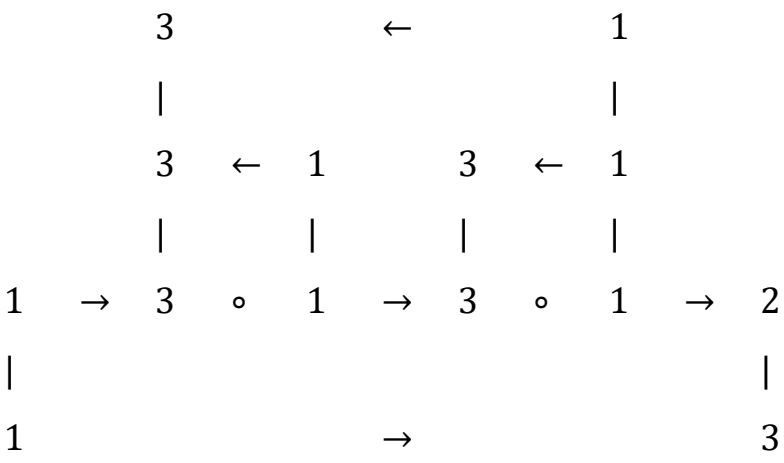
```
            2               ←               1
            |                               |
        2   ←   1       3   ←   1
        |       |       |       |
1   →   2   ∘   1   →   3   ∘   1   →   3/2
|                                       |
1               →                       3/2
```



(„/“ bedeutet Variation in der Codomäne des adjungierten Morphismus.)

Bemerkenswerterweise funkioniert aber Linksadjunktion nicht, weil dann der zweite Morphismus nicht als Heteromorphismus repräsentiert ist:





Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow, U.K. 2007

21.7.2025